

Đại số tuyến tính — Chương 4: Ánh xạ tuyến tính

· 30 phút · 20 câu · 10 điểm

Ánh xạ tuyến tính

Câu 1.

Trên $\mathbb{R}$, cho ánh xạ tuyến tính $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x,y) = (x-y, 2x, y)$. Giá trị $T(2,-1)$ là

- A. $(3, 4, -1)$
- B. $(1, 4, -1)$
- C. $(3, 2, 1)$
- D. $(-3, 4, 1)$

Câu 2.

Cho phép biến đổi tuyến tính $T: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}$, $T(p) = p(1)$. Số chiều của $\ker T$ bằng

- A. $\{1\}$
- B. $\{2\}$
- C. $\{3\}$
- D. $\{0\}$

Câu 3.

Cho $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x,y) = (3x+y, x-2y)$. Ma trận của T theo cơ sở chính tắc ở cả miền và đối miền là

- A. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$

Câu 4.

Ánh xạ nào sau đây từ $\mathbb{R}^2$ vào $\mathbb{R}^2$ là ánh xạ tuyến tính?

- A. $F(x,y) = (x+1, y)$
- B. $F(x,y) = (xy, y)$
- C. $F(x,y) = (|x|, y)$
- D. $F(x,y) = (x+2y, 3x-y)$

Câu 5.

Cho $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x,y,z) = (x+z, y-z)$. Hạng của T bằng

- A. 2
- B. 1
- C. 3
- D. 0

Câu 6.

Cho phép biến đổi $f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = 2x - y + 4z$. Số chiều của $\ker f$ là

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 0

Câu 7.

Phép quay tuyến tính $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ một góc 90° ngược chiều kim đồng hồ thỏa $T(x,y) = (-y, x)$. Khi đó $T(1,0)$ bằng

- A. $(1,0)$
- B. $(0,-1)$
- C. $(0,1)$
- D. $(-1,0)$

Câu 8.

Cho $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $T(x,y,z) = (x-2y, y+3z)$. Một cơ sở của $\ker T$ là

- A. $\{(2,1,0)\}$
- B. $\{(0,-3,1)\}$
- C. $\{(6,-3,1)\}$
- D. $\{(6,3,-1)\}$

Câu 9.

Trong cơ sở chính tắc của $\mathbb{R}^2$, cho $[S] = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$ và $[T] = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$. Ma trận của $T \circ S$ là

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 0 & 4 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 2 & 2 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Câu 10.

Cho toán tử đạo hàm $(D: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow P_1(\mathbb{R}))$. Ở miền dùng cơ sở $(B = (1, x, x^2))$, ở đối miền dùng cơ sở $(C = (1+x, 1-x))$. Ma trận $[D]_C \leftarrow B$ là

- A. $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & 1 \\ 0 & 1/2 & -1 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 0 & 1/2 & -1 \\ 0 & 1/2 & 1 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$

Câu 11.

Cho ánh xạ tuyến tính $(T: \mathbb{R}^5 \rightarrow \mathbb{R}^3)$ là toàn ánh. Số chiều của $(\ker T)$ bằng

- A. (1)
- B. (3)
- C. (2)
- D. (5)

Câu 12.

Cho phép chiếu $(P: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3)$, $(P(x, y, z) = (x, y, 0))$. Khẳng định nào đúng?

- A. $(\ker P = \operatorname{span}\{(1, 0, 0), (0, 1, 0)\})$
- B. $(\operatorname{Im} P = \operatorname{span}\{(0, 0, 1)\})$
- C. $(P^2 = 0)$
- D. $(\mathbb{R}^3 = \operatorname{Im} P \oplus \ker P)$

Câu 13.

Toán tử đạo hàm $(D: P_3(\mathbb{R}) \rightarrow P_3(\mathbb{R}))$, $(D(p) = p')$, có cặp $(\operatorname{rank} D, \dim \ker D)$ bằng

- A. $((3, 1))$
- B. $((1, 3))$
- C. $((4, 0))$
- D. $((2, 2))$

Câu 14.

Nếu $(T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4)$ là đơn ánh thì khẳng định nào luôn đúng?

- A. $(\operatorname{rank} T = 3)$
- B. (T) là đẳng cấu
- C. $(\dim \ker T = 1)$
- D. $(T^2 = 0)$

Câu 15.

Cho $(T_a: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3)$ có ma trận chính tắc

$(A_a = \begin{pmatrix} 1 & a & 0 \\ 0 & 1 & a \\ a & 0 & 1 \end{pmatrix})$. Ảnh xạ (T_a) không là đẳng cấu khi và chỉ khi

- A. $(a=0)$
- B. $(a=1)$
- C. $(a=-1)$
- D. $(a \in \{-1, 1\})$

Câu 16.

Cho đẳng cấu $(T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3)$, $(T(x, y, z) = (x+y, y+z, z+x))$. Nếu $(T(x, y, z) = (u, v, w))$, công thức đúng của (T^{-1}) là

- A. $(T^{-1}(u, v, w) = (u-v+w, u+v-w, -u+v+w))$
- B. $(T^{-1}(u, v, w) = ((u+v)/2, (v+w)/2, (w+u)/2))$
- C. $(T^{-1}(u, v, w) = ((u+v-w)/2, (u-v+w)/2, (-u+v+w)/2))$
- D. $(T^{-1}(u, v, w) = ((u-v+w)/2, (u+v-w)/2, (-u+v+w)/2))$

Câu 17.

Trong $(\mathbb{R}^2)$, gọi (P) là phép chiếu lên $(U = \operatorname{span}\{(1, 1)\})$ dọc theo $(W = \operatorname{span}\{(1, -1)\})$. Giá trị $(P(3, 1))$ bằng

- A. $((2, 2))$
- B. $((1, 1))$
- C. $((3, 1))$
- D. $((2, -2))$

Câu 18.

Cho $(T: P_2(\mathbb{R}) \rightarrow \mathbb{R}^3)$, $(T(p) = (p(0), p(1), p'(1)))$. Khẳng định nào đúng?

- A. $(\dim \ker T = 1)$
- B. (T) là đẳng cấu
- C. $(\operatorname{rank} T = 2)$
- D. (T) không là đơn ánh vì (p') làm mất hệ số hằng

Câu 19.

Cho toán tử tuyến tính $(T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4)$ thỏa $(T^2 = 0)$. Giá trị lớn nhất có thể của $(\operatorname{rank} T)$ là

- A. (1)
- B. (4)
- C. (2)
- D. (3)

Câu 20.

Cho $(S:U \rightarrow V)$ và $(T:V \rightarrow U)$ là các ánh xạ tuyến tính giữa hai không gian thực hữu hạn chiều. Nếu $(T \circ S:U \rightarrow U)$ khả nghịch thì điều nào nhất thiết đúng?

- A.** (S) toàn ánh và (T) đơn ánh
- B.** Cả (S) và (T) đều phải là đẳng cấu
- C.** $(T \circ S) = I_U$
- D.** (S) đơn ánh và (T) toàn ánh