

Đại số tuyến tính — Chương 5: Trị riêng-chéo hoá

· 30 phút · 20 câu · 10 điểm

Trị riêng-chéo hoá

Câu 1.

Tập các trị riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ là

- A. $\{2, -1, 4\}$
- B. $\{2, 1, 4\}$
- C. $\{-8\}$
- D. $\{5\}$

Câu 2.

Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$. Vectơ nào là vectơ riêng ứng với trị riêng 5 ?

- A. $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

Câu 3.

Đa thức đặc trưng $\chi_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$ của $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$ là

- A. $(\lambda + 1)(\lambda + 4)$
- B. $(\lambda^2 - 5)$
- C. $(\lambda - 1)(\lambda - 4)$
- D. $(\lambda - 2)^2$

Câu 4.

Cho toán tử $T = 3I$ trên $\mathbb{R}^2$. Không gian riêng ứng với trị riêng 3 có số chiều bằng

- A. 0
- B. 1
- C. 3
- D. 2

Câu 5.

Các trị riêng của ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ là

- A. $\{3\}$ và $\{1\}$
- B. $\{2\}$ và $\{2\}$
- C. $\{1\}$ và $\{-1\}$
- D. $\{4\}$ và $\{0\}$

Câu 6.

Tập các trị riêng của ma trận tam giác $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & 4 & 5 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ là

- A. $\{-1, 2, 5\}$
- B. $\{-1, 4, 2\}$
- C. $\{1, 4, 2\}$
- D. $\{-8\}$

Câu 7.

Trên $(\mathbb{R})$, ma trận $A = \begin{pmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ có tính chất nào?

- A. Có hai trị riêng thực $\{2, -2\}$
- B. Có trị riêng thực duy nhất $\{0\}$
- C. Không có trị riêng thực
- D. Chéo hoá được trên $(\mathbb{R})$

Câu 8.

Ma trận $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$ có tính chất nào trên $(\mathbb{R})$?

- A. Có hai trị riêng phân biệt
- B. Là ma trận chéo
- C. Không có trị riêng
- D. Không chéo hoá được vì không gian riêng ứng với $\{2\}$ có số chiều $\{1\}$

Câu 9.

Cho $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Một vectơ riêng ứng với trị riêng $\{4\}$ là

- A. $(1, 0)^T$
- B. $(0, 1)^T$
- C. $(1, -2)^T$
- D. $(1, 1)^T$

Câu 10.

Cho $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$. Mô tả đúng các không gian riêng là

- A. $E_2 = \operatorname{span}\{(1, -1)^T\}$, $E_0 = \operatorname{span}\{(1, 1)^T\}$
- B. $E_2 = \operatorname{span}\{(1, 1)^T\}$, $E_0 = \operatorname{span}\{(1, -1)^T\}$
- C. $E_1 = \mathbb{R}^2$
- D. $E_2 = E_0 = \operatorname{span}\{(1, 0)^T\}$

Câu 11.

Cho các vectơ riêng (v_1, v_2, v_3) của một ma trận thực, ứng với ba trị riêng thực đôi một khác nhau. Khẳng định nào đúng?

- A. Ba vectơ nhất thiết trực giao
- B. Ba vectơ nhất thiết có cùng chuẩn
- C. Ba vectơ độc lập tuyến tính
- D. Tổng $(v_1 + v_2 + v_3)$ bằng (0)

Câu 12.

Với một ma trận thực đối xứng (A) , khẳng định nào luôn đúng?

- A. Mọi trị riêng đều dương
- B. (A) luôn khả nghịch
- C. (A) chỉ có một trị riêng
- D. Tồn tại ma trận trực giao (Q) sao cho $(Q^T A Q)$ là ma trận chéo

Câu 13.

Ma trận thực (A) thỏa $(A^2 = I)$. Khẳng định nào luôn đúng?

- A. (A) chéo hoá được và mọi trị riêng thuộc $(\{-1, 1\})$
- B. $(A = I)$
- C. (A) chỉ có trị riêng (1)
- D. (A) là ma trận đối xứng

Câu 14.

Ma trận vuông cấp (3) có các trị riêng, kể cả bội, là $(2, 3, -1)$. Giá trị $(\operatorname{tr}(A^4))$ bằng

- A. (84)
- B. (98)
- C. (36)
- D. (82)

Câu 15.

Với $a \in \mathbb{R}$, xét $A_a = \begin{pmatrix} a & 1 \\ 0 & a \end{pmatrix}$. Ma trận A_a chéo hoá được trên $\mathbb{R}$ khi

- A. $a=0$
- B. $a \neq 0$
- C. Không có giá trị thực nào của a
- D. Mọi $a \in \mathbb{R}$

Câu 16.

Cho $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$. Khẳng định nào đúng?

- A. A chéo hoá được vì có hai trị riêng phân biệt
- B. Đa thức tối thiểu là $(\lambda - 1)(\lambda - 2)$
- C. Không gian riêng ứng với $\lambda = 1$ có số chiều 2
- D. A không chéo hoá được và đa thức tối thiểu là $(\lambda - 1)^2(\lambda - 2)$

Câu 17.

Cho $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$. Cặp ma trận nào thỏa $A = PDP^{-1}$?

- A. $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
- B. $P = I, D = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$
- C. $P = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 4 \end{pmatrix}$
- D. $P = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, D = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$

Câu 18.

Với n là số nguyên không âm, lũy thừa của $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix}$ là

- A. $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & n \cdot 2^{n-1} \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$
- B. $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 3^{n-2} \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$
- C. $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & 2^{n-3} \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$
- D. $A^n = \begin{pmatrix} 2^n & n \\ 0 & 3^n \end{pmatrix}$

Câu 19.

Ma trận thực cấp 3 có đa thức đặc trưng $(\lambda - 1)^2(\lambda + 2)$ và $\dim \ker(A - I) = 2$. Kết luận đúng là

- A. A không chéo hoá được vì trị riêng 1 lặp
- B. A chỉ có hai vectơ riêng độc lập
- C. A chéo hoá được trên $\mathbb{R}$
- D. A không có trị riêng -2

Câu 20.

Ma trận thực (A) chéo hoá được và có các trị riêng, kể cả bội, chỉ thuộc $\{1, 1/2, -1/3\}$, trong đó (1) thực sự là một trị riêng. Khi $(n \rightarrow \infty)$, dãy (A^n) có tính chất nào?

- A.** Luôn phân kỳ vì có trị riêng (1)
- B.** Hội tụ về ma trận không
- C.** Hội tụ về ma trận đơn vị
- D.** Hội tụ về phép chiếu lên không gian riêng (E_1) dọc theo tổng các không gian riêng còn lại