

Đại số tuyến tính — Chương 6: Dạng toàn phương

· 30 phút · 20 câu · 10 điểm

Dạng toàn phương

Câu 1.

Ma trận đối xứng của dạng toàn phương $q(x,y)=2x^2+6xy+5y^2$ theo cơ sở chính tắc là

- A. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$
- B. $\begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 5 \end{pmatrix}$
- C. $\begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}$
- D. $\begin{pmatrix} 5 & 3 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$

Câu 2.

Dạng toàn phương $q(x,y)=x^2+y^2$ được phân loại là

- A. nửa xác định dương
- B. xác định dương
- C. không xác định
- D. xác định âm

Câu 3.

Dạng toàn phương $q(x,y)=x^2-y^2$ có tính chất nào?

- A. xác định dương
- B. xác định âm
- C. không xác định
- D. nửa xác định dương

Câu 4.

Dạng toàn phương có ma trận $A=\text{diag}\{3,0,-2\}$. Quán tính (n_+, n_-, n_0) của dạng là

- A. $((2,1,0))$
- B. $((1,0,2))$
- C. $((1,2,0))$
- D. $((1,1,1))$

Câu 5.

Cho $q(x,y)=2x^2-2xy+y^2$. Giá trị $q(1,2)$ bằng

- A. 2
- B. 0
- C. 4
- D. 6

Câu 6.

Ma trận đối xứng $A=\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ -2 & 4 \end{pmatrix}$ biểu diễn dạng toàn phương nào?

- A. $x^2-2xy+4y^2$
- B. $x^2-4xy+4y^2$
- C. $x^2+4xy+4y^2$
- D. $x^2-2xy+2y^2$

Câu 7.

Cho $q(x,y)=2x^2+5y^2$. Trên đường tròn đơn vị $(x^2+y^2=1)$, khẳng định đúng là

- A. $(-5 \leq q \leq 5)$
- B. $(0 \leq q \leq 2)$
- C. $(2 \leq q \leq 5)$
- D. $(q=7)$ với mọi điểm

Câu 8.

Với $a \in \mathbb{R}$, dạng $q_a(x,y)=ax^2+2xy+3y^2$ xác định dương khi và chỉ khi

- A. $(a>0)$
- B. $(a \geq 1/3)$
- C. $(a>1)$
- D. $(a>1/3)$

Câu 9.

Dùng phép đổi biến $(u=x+y)$, $(v=y)$, dạng $q(x,y)=x^2+2xy+2y^2$ trở thành

- A. (u^2+v^2)
- B. (u^2-v^2)
- C. $(2u^2+v^2)$
- D. (u^2+2uv)

Câu 10.

Dạng toàn phương $q(x,y)=2x^2+4xy+2y^2$ được phân loại là

- A. xác định dương
- B. nửa xác định dương, hạng (1)
- C. không xác định
- D. nửa xác định âm, hạng (1)

Câu 11.

Dạng toàn phương có ma trận $A=\begin{pmatrix}-2&1\\1&-3\end{pmatrix}$ là

- A. xác định dương
- B. không xác định
- C. xác định âm
- D. nửa xác định âm

Câu 12.

Dạng $q(x,y)=x^2+4xy+3y^2$ có tính chất nào?

- A. xác định dương
- B. nửa xác định dương
- C. xác định âm
- D. không xác định

Câu 13.

Đặt $u=(x+y)/\sqrt{2}$, $v=(x-y)/\sqrt{2}$. Dạng $q(x,y)=3x^2+2xy+3y^2$ trở thành

- A. $4u^2+2v^2$
- B. $2u^2+4v^2$
- C. $3u^2+3v^2$
- D. $4uv$

Câu 14.

Hai ma trận đối xứng liên hệ bởi $B=P^TAP$, trong đó P khả nghịch, $(\det A=-2)$, $(\det P=3)$. Giá trị $(\det B)$ bằng

- A. (-6)
- B. (-18)
- C. (18)
- D. (-54)

Câu 15.

Với $a \in \mathbb{R}$, dạng $q_a(x,y) = x^2 + 2axy + y^2$ không âm với mọi $(x,y) \in \mathbb{R}^2$ khi và chỉ khi

- A. $a > 1$
- B. $|a|$
- C. $|a| \leq 1$
- D. $a \geq 0$

Câu 16.

Quán tính $((n_+, n_-, n_0))$ của $q(x,y,z) = (x+y+z)^2$ là

- A. $((3,0,0))$
- B. $((1,2,0))$
- C. $((0,0,3))$
- D. $((1,0,2))$

Câu 17.

Giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $q(x,y) = 2x^2 + 2xy + 2y^2$ trên $(x^2 + y^2 = 1)$ lần lượt là

- A. (1) và (3)
- B. (0) và (4)
- C. (2) và (2)
- D. (-1) và (3)

Câu 18.

Cho hai ma trận đối xứng thực (A, B) đồng dư, nghĩa là $(B = P^T A P)$ với (P) khả nghịch. Đại lượng nào nhất thiết giống nhau đối với hai dạng tương ứng?

- A. Từng trị riêng kể cả giá trị
- B. Quán tính $((n_+, n_-, n_0))$
- C. Vết của ma trận
- D. Định thức của ma trận

Câu 19.

Quán tính của dạng $q(x,y,z) = x^2 + 2xy + y^2 - z^2$ là

- A. $((2,1,0))$
- B. $((1,2,0))$
- C. $((1,1,1))$
- D. $((1,0,2))$

Câu 20.

Với $(a \in \mathbb{R})$, ma trận đối xứng $(A_a = \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ 1 & a & 1 \\ 0 & 1 & a \end{pmatrix})$ xác định dương khi và chỉ khi

- A.** $(a > 0)$
- B.** $(a > 1)$
- C.** $(a \geq \sqrt{2})$
- D.** $(a > \sqrt{2})$