

## Đề tổng hợp Đại số tuyến tính - 40 câu

· 60 phút · 40 câu · 10 điểm

### PHẦN I. Trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

#### Câu 1.

Cho ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ . Giá trị của  $\det A$  bằng

A.

$(5)$

B.

$(11)$

C.

$(-11)$

D.

$(8)$

#### Câu 2.

Trong  $(\mathbb{R})$ , nghiệm của hệ  $\begin{cases} x+y=5, \\ 2x-y=1 \end{cases}$  là

A.

$((x,y)=(3,2))$

B.

$((x,y)=(2,-3))$

C.

$((x,y)=(-2,3))$

D.

$((x,y)=(2,3))$

**Câu 3.**

Tập nào sau đây là một cơ sở của không gian vector  $\mathbb{R}^3$ ?

**A.**

$$\{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,1)\}$$

**B.**

$$\{(1,0,0), (0,1,0), (1,1,0)\}$$

**C.**

$$\{(1,1,1), (2,2,2), (0,1,0)\}$$

**D.**

$$\{(1,0,0), (0,1,0)\}$$

**Câu 4.**

Cho ánh xạ tuyến tính  $T: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^2$ ,  $T(x,y,z) = (x+y, y+z)$ . Khi đó  $\dim(\ker T)$  bằng

**A.**

$$0$$

**B.**

$$2$$

**C.**

$$1$$

**D.**

$$3$$

**Câu 5.**

Các trị riêng của ma trận  $(A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 4 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix})$  là

**A.**

$(1, -2, 3)$

**B.**

$(1, 2, 3)$

**C.**

$(-1, 2, 3)$

**D.**

$(1, -2, 4)$

**Câu 6.**

Dạng toàn phương  $q(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 - z^2$  thuộc loại nào?

**A.**

Xác định dương

**B.**

Xác định âm

**C.**

Nửa xác định dương

**D.**

Không xác định

**Câu 7.**

Cho  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 4 & 1 \end{pmatrix}$  và  $C = AB$ . Phần tử  $c_{12}$  bằng

**A.**

$(1)$

**B.**

$(2)$

**C.**

$(4)$

**D.**

$(5)$

**Câu 8.**

Trong  $(\mathbb{R})$ , hệ  $\begin{cases} ax+y=1, \\ x+ay=1 \end{cases}$  có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi

**A.**

$(a \neq 1)$

**B.**

$(a \neq -1)$

**C.**

$(a \neq \pm 1)$

**D.**

$(a = 0)$

**Câu 9.**

Trong  $(\mathbb{R}^4)$ , cho  $(W = \{(x, y, z, t) : x + y + z + t = 0\})$ . Số chiều của  $(W)$  bằng

**A.**

$$(1)$$

**B.**

$$(2)$$

**C.**

$$(4)$$

**D.**

$$(3)$$

**Câu 10.**

Cho  $(T : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2)$ ,  $(T(x, y) = (x + 2y, 3x - y))$ . Ma trận của  $(T)$  theo cơ sở  $(B = ((1, 1), (1, -1)))$  ở miền xác định và cơ sở chính tắc ở miền giá trị là

**A.**

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$$

**B.**

$$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 4 \end{pmatrix}$$

**C.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$$

**D.**

$$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$$

**Câu 11.**

Cho  $(A)$  là ma trận vuông cấp  $(3)$  trên  $(\mathbb{R})$  có ba trị riêng thực đôi một khác nhau. Khẳng định nào luôn đúng?

**A.**

$(A)$  khả nghịch

**B.**

$(A)$  chéo hoá được trên  $(\mathbb{R})$

**C.**

$(A)$  đối xứng

**D.**

$(\det A > 0)$

**Câu 12.**

Ma trận đối xứng của dạng toàn phương  $(q(x,y)=3x^2-4xy+5y^2)$  theo cơ sở chính tắc là

**A.**

$\begin{pmatrix} 3 & -4 \\ -4 & 5 \end{pmatrix}$

**B.**

$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

**C.**

$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$

**D.**

$\begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{pmatrix}$

**Câu 13.**

Cho  $(A_m = \begin{pmatrix} m & 1 & 0 \\ 1 & m & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix})$ . Ma trận  $(A_m)$  suy biến khi

**A.**

$$(m = \pm 1)$$

**B.**

$$(m = 0)$$

**C.**

$$(m = 2)$$

**D.**

$$(m \neq \pm 1)$$

**Câu 14.**

Cho hệ thuần nhất  $(Ax=0)$ , trong đó  $(A)$  là ma trận thực kích thước  $(3 \times 5)$  và  $(\operatorname{rank} A=3)$ . Số chiều của không gian nghiệm bằng

**A.**

$$(0)$$

**B.**

$$(3)$$

**C.**

$$(5)$$

**D.**

$$(2)$$

**Câu 15.**

Trong  $(P_2(\mathbb{R}), \cdot)$ , xét cơ sở có thứ tự  $(B = (1+x, x+x^2, 1-x+x^2))$ . Tọa độ của  $(p(x) = x^2 + 4x)$  theo cơ sở  $(B)$  là

**A.**

$$(1, -1, 2)$$

**B.**

$$(1, 2, -1)$$

**C.**

$$(2, 1, -1)$$

**D.**

$$(-1, 2, 1)$$

**Câu 16.**

Cho hai tự đồng cấu  $(S, T)$  của  $(\mathbb{R}^3)$  thỏa  $(\det S = -2)$  và  $(\det T = 3)$ . Khi đó  $(\det(T \circ S))$  bằng

**A.**

$$6$$

**B.**

$$-1$$

**C.**

$$-6$$

**D.**

$$1$$



**Câu 17.**

Cho  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$ . Đa thức đặc trưng  $\chi_A(\lambda) = \det(\lambda I - A)$  và một vector riêng ứng với trị riêng 3 lần lượt là

**A.**

$$(\lambda^2 - 4\lambda + 3) \text{ và } \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$$

**B.**

$$(\lambda^2 - 3\lambda + 2) \text{ và } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**C.**

$$(\lambda^2 + 4\lambda + 3) \text{ và } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**D.**

$$(\lambda^2 - 4\lambda + 3) \text{ và } \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$$

**Câu 18.**

Trên  $\mathbb{R}^2$ , dạng toàn phương  $q(x, y) = x^2 + 4xy + y^2$  tương đương qua một phép đổi biến tuyến tính khả nghịch với dạng nào sau đây?

**A.**

$$(u^2 - v^2)$$

**B.**

$$(u^2 + v^2)$$

**C.**

$$(-u^2 - v^2)$$

**D.**

$$(u^2)$$

**Câu 19.**

Cho  $(A)$  là ma trận vuông cấp  $(3)$  và  $(\det A = -3)$ . Khi đó  $(\det(2A^T))$  bằng

**A.**

$(-6)$

**B.**

$(-24)$

**C.**

$(24)$

**D.**

$(-12)$

**Câu 20.**

Trong  $(\mathbb{R})$ , hệ  $\begin{cases} x+y+z=1, \\ x+ay+z=1, \\ x+y+az=1 \end{cases}$  có vô số nghiệm khi và chỉ khi

**A.**

$(a=0)$

**B.**

$(a=-1)$

**C.**

$(a=1)$

**D.**

$(a \neq 1)$

**Câu 21.**

Trong  $(\mathbb{R}^5)$ , đặt  $U = \{(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5) : x_1 + x_2 = 0, x_3 + x_4 = 0\}$  và  $W = \operatorname{span}\{(1, -1, 0, 0, 0), (0, 0, 1, -1, 0), (1, 0, 0, 0, 1)\}$ . Khi đó  $\dim(U+W)$  bằng

**A.**

$$(3)$$

**B.**

$$(4)$$

**C.**

$$(5)$$

**D.**

$$(2)$$

**Câu 22.**

Cho toán tử tuyến tính  $(P: V \rightarrow V)$  trên một không gian vector hữu hạn chiều và  $(P^2 = P)$ . Khẳng định nào luôn đúng?

**A.**

$$(\det P = 1)$$

**B.**

$(P)$  luôn khả nghịch

**C.**

$$(\ker P = \operatorname{Im} P)$$

**D.**

$$(V = \operatorname{Im} P \oplus \ker P)$$

**Câu 23.**

Ma trận  $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$  có tính chất nào sau đây trên  $(\mathbb{R})$ ?

**A.**

Không chéo hoá được vì không gian riêng ứng với  $(\lambda=2)$  có số chiều  $(1)$

**B.**

Chéo hoá được vì có hai trị riêng phân biệt

**C.**

Chỉ có một trị riêng

**D.**

Là ma trận đối xứng

**Câu 24.**

Dạng toàn phương có ma trận đối xứng  $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$  là

**A.**

Xác định âm

**B.**

Không xác định

**C.**

Xác định dương

**D.**

Nửa xác định dương nhưng không xác định dương

**Câu 25.**

Hạng của ma trận  $(A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix})$  bằng

**A.**

$(0)$

**B.**

$(1)$

**C.**

$(3)$

**D.**

$(2)$

**Câu 26.**

Trong  $(\mathbb{R})$ , xét hệ phụ thuộc hai tham số  $(a, b)$ :

$(\begin{cases} x+y+z=1, \\ 2x+2y+2z=2, \\ x+y+az=b. \end{cases})$  Hệ vô nghiệm khi và chỉ khi

**A.**

$(a=1)$  và  $(b \neq 1)$

**B.**

$(a=1)$  và  $(b=1)$

**C.**

$(a \neq 1)$  với mọi  $(b)$

**D.**

$(a=0)$  và  $(b=0)$

**Câu 27.**

Trong  $(P_2(\mathbb{R}))$ , số chiều của không gian sinh bởi ba đa thức  $(p_1=1+x)$ ,  $(p_2=x+x^2)$ ,  $(p_3=1-x^2)$  bằng

**A.**

$$(1)$$

**B.**

$$(2)$$

**C.**

$$(3)$$

**D.**

$$(0)$$

**Câu 28.**

Cho  $(T:\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2)$ ,  $(T(x,y)=(2x-y, x+3y))$ . Ở miền xác định dùng cơ sở có thứ tự  $(B=((1,1), (1,-1)))$ , ở miền giá trị dùng cơ sở có thứ tự  $(C=((1,0), (1,1)))$ . Ma trận  $([T]_C \leftarrow B)$  là

**A.**

$$\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

**B.**

$$\begin{pmatrix} -3 & 4 \\ 5 & -2 \end{pmatrix}$$

**C.**

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 \\ 4 & -2 \end{pmatrix}$$

**D.**

$$\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -2 & 5 \end{pmatrix}$$

**Câu 29.**

Cho ma trận thực  $(A)$  chéo hoá được và tập các trị riêng của  $(A)$  là  $\{1, 2\}$ . Biểu thức nào luôn đúng?

**A.**

$$(A^5 = 5A - 4I)$$

**B.**

$$(A^5 = 16A - 15I)$$

**C.**

$$(A^5 = 32A - I)$$

**D.**

$$(A^5 = 31A - 30I)$$

**Câu 30.**

Giá trị lớn nhất của  $q(x, y, z) = 2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 2xy - 2xz + 2yz$  trên mặt cầu  $(x^2 + y^2 + z^2 = 1)$  là

**A.**

$$(3)$$

**B.**

$$(2)$$

**C.**

$$(1)$$

**D.**

$$(4)$$

**Câu 31.**

Với  $(a, b, c)$  đôi một khác nhau, định thức  $(D = \det \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a & b & c \\ a^2 & b^2 & c^2 \end{pmatrix})$  bằng

**A.**

$$((a+b)(a+c)(b+c))$$

**B.**

$$((b-a)(c-a)(c-b))$$

**C.**

$$((a-b)(c-a)(c-b))$$

**D.**

$$((b-a)^2(c-b))$$

**Câu 32.**

Cho hệ tuyến tính  $(Ax=b)$  trên  $(\mathbb{R})$ . Biết  $(\operatorname{rank} A=2)$  và  $(\operatorname{rank}(A|b)=3)$ . Kết luận đúng là

**A.**

Hệ có nghiệm duy nhất

**B.**

Hệ có vô số nghiệm

**C.**

Hệ vô nghiệm

**D.**

Chưa đủ dữ kiện để kết luận tính tương thích



**Câu 33.**

Trong  $(V = P_4(\mathbb{R}), \cdot)$ , đặt  $W = \{p \in V : p(1) = p'(1) = 0\}$ . Số chiều của không gian thương  $(V/W)$  bằng

**A.**

$$(2)$$

**B.**

$$(3)$$

**C.**

$$(4)$$

**D.**

$$(5)$$

**Câu 34.**

Cho phiếm hàm tuyến tính  $(f: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R})$  thỏa  $(f(1,0,1)=2), (f(0,1,1)=3), (f(1,1,0)=1)$ . Giá trị  $(f(1,1,1))$  bằng

**A.**

$$(2)$$

**B.**

$$(3)$$

**C.**

$$(4)$$

**D.**

$$(6)$$

**Câu 35.**

Cho  $A = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ . Khẳng định nào đúng?

**A.**

$A$  chéo hoá được trên  $(\mathbb{R})$  với các trị riêng  $(1, -1)$

**B.**

$A$  không chéo hoá được trên  $(\mathbb{C})$

**C.**

$A$  có trị riêng thực  $(0)$

**D.**

$A$  không chéo hoá được trên  $(\mathbb{R})$ , nhưng chéo hoá được trên  $(\mathbb{C})$

**Câu 36.**

Với  $a \in \mathbb{R}$ , dạng toàn phương  $q_a(x, y, z) = x^2 + 2y^2 + 3z^2 + 2axy + 2yz$  xác định dương khi và chỉ khi

**A.**

$|a| < \sqrt{2}$

**B.**

$|a| < 1$

**C.**

$|a| < \sqrt{5/3}$

**D.**

$|a| > \sqrt{5/3}$

**Câu 37.**

Ma trận vuông  $(A)$  thỏa  $(A^2 - 3A + 2I = 0)$ . Công thức nào đúng?

**A.**

$$(A^{-1} = \frac{3I - A}{2})$$

**B.**

$$(A^{-1} = A - 3I)$$

**C.**

$$(A^{-1} = \frac{A - 3I}{2})$$

**D.**

Không thể kết luận  $(A)$  khả nghịch

**Câu 38.**

Cho  $(A)$  là ma trận thực kích thước  $(4 \times 6)$  có hạng  $(3)$ . Xét hệ  $(Ax = b)$ , với  $(x \in \mathbb{R}^6)$ ,  $(b \in \mathbb{R}^4)$ . Cặp số  $((d_1, d_2))$ , trong đó  $(d_1)$  là số chiều của tập các  $(b)$  làm hệ có nghiệm và  $(d_2)$  là số chiều của tập nghiệm của mỗi hệ tương thích, bằng

**A.**

$$((4, 2))$$

**B.**

$$((3, 2))$$

**C.**

$$((4, 3))$$

**D.**

$$((3, 3))$$

**Câu 39.**

Trong  $(P_3(\mathbb{R}))$ , xét bốn đa thức có thứ tự  $(p_1=1+x)$ ,  $(p_2=x+x^2)$ ,  $(p_3=x^2+x^3)$ ,  $(p_4=1+ax^3)$ . Hệ  $((p_1, p_2, p_3, p_4))$  phụ thuộc tuyến tính khi và chỉ khi

**A.**

$$(a=0)$$

**B.**

$$(a=1)$$

**C.**

$$(a=-1)$$

**D.**

$$(a \neq 1)$$

**Câu 40.**

Cho toán tử tuyến tính  $(T: \mathbb{R}^4 \rightarrow \mathbb{R}^4)$  thỏa  $(T^2=0)$  và  $(\text{rank } T=2)$ . Khẳng định nào nhất thiết đúng?

**A.**

$$(T=0)$$

**B.** $(T)$  khả nghịch**C.**

$$(\text{Im } T = \ker T)$$

**D.**

$$(\text{Im } T \cap \ker T = \{0\})$$