

Đề thi tham khảo số 2 HSA 2025 - Phần Toán học và Xử lý số liệu

ĐHQG Hà Nội · 75 phút · 50 câu · 50 điểm

Phần thi thứ nhất: TOÁN HỌC VÀ XỬ LÝ SỐ LIỆU (Tư duy định lượng)

Câu 1.

Một viên đạn pháo được bắn từ mặt đất với vận tốc (v_0) hợp với phương ngang một góc (θ) (đơn vị: độ, $(0^\circ < \theta < 45^\circ)$) và tầm bắn được mô hình hóa bởi hàm số $(R(\theta) = \frac{v_0^2 \sin(2\theta)}{g})$ (m), trong đó (g) là gia tốc trọng trường lấy xấp xỉ bằng $(9,8 \text{ m/s}^2)$. Với $(v_0 = 500 \text{ m/s})$, tính (θ) để viên đạn trúng mục tiêu trên mặt đất phẳng cách đó (19500 m) (nhập đáp án vào ô trống, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị). [Hình minh họa: Mô hình tầm bắn của viên đạn pháo]

Câu 2.

Số giá trị nguyên của tham số (m) trên đoạn $([-10; 10])$ để bất phương trình $(mx^2 - 2mx + 2m - 1 \leq 0)$ thỏa mãn với mọi số thực (x) là:

- A. (10)
B. (11)
C. (18)
D. (20)

Câu 3.

Một công ty tuyển dụng nhân viên mới với mức lương là 170 triệu đồng cho năm đầu tiên. Mỗi năm tiếp theo, tiền lương nhân viên này được tăng thêm 15 triệu đồng cho đến khi đạt mức tối đa là 320 triệu đồng/năm. Tính tổng số tiền lương mà người nhân viên nhận được trong 20 năm đầu (nhập đáp án vào ô trống, đơn vị tính: triệu đồng).

Câu 4.

Có bao nhiêu cấp số cộng có các số hạng là số tự nhiên, số hạng đầu là số chẵn, tổng các số hạng có giá trị lẻ bằng 33 và tổng các số hạng có giá trị chẵn bằng 44 (nhập đáp án vào ô trống)?

Câu 5.

Nghiên cứu về quá trình tăng trưởng của một quần thể sinh vật trong điều kiện môi trường sống hạn chế cho thấy: ban đầu số lượng cá thể tăng trưởng chậm, sau đó nhanh và cuối cùng khi thời gian đủ dài, số lượng cá thể của quần thể đạt đến trạng thái cân bằng, khi đó số lượng cá thể sinh ra xấp xỉ bằng số lượng chết đi. Số lượng cá thể (N) trong quần thể theo thời gian (t) (ngày) được mô hình hóa và xấp xỉ theo hàm số $(N(t)=\frac{16398e^{0,5(t-9)}}{12+e^{0,5(t-9)}})$. Khi quần thể sinh vật trên đạt trạng thái cân bằng, số cá thể của quần thể gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. 9264
- B. 136650
- C. 16398
- D. 224630

Câu 6.

Đạo hàm của hàm số $(y=\sin^2 2x)$ là:

- A. $(2\sin 2x)$
- B. $(2\sin 4x)$
- C. $(2\cos 2x)$
- D. $(\sin 4x)$

Câu 7.

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số (m) để bất phương trình $(\log_2^{2x-2(m+2)}\log_2 x+m^2+4m\leq 0)$ đúng với mọi $(x\in[2;4])$ (nhập đáp án vào ô trống)?

Câu 8.

Cho hàm số $(y=f(x))$ có đạo hàm trên $(\mathbb{R})$ với $(f'(x)=x(x+1)^2(1-x))$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-1;0)$
- B. $(0;1)$
- C. $(-\infty;-1)$
- D. $(1;+\infty)$

Câu 9.

Trên mặt phẳng tọa độ (Oxy) , tiếp tuyến của đồ thị hàm số $(y=x^3+3x^2-6x+1)$ tại điểm có hoành độ bằng 1 và cắt hai trục tọa độ tại (A,B) . Tính diện tích tam giác (OAB) (nhập đáp án vào ô trống).

Câu 10.

Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x)+4x$ đồng biến trên khoảng nào?

[Hình minh họa: Đồ thị hàm số y bằng f phẩy của x]

- A. $(0;1)$
- B. $(-\infty;-3)$
- C. $(-2;0)$
- D. $(-3;-2)$

Câu 11.

Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau. Khẳng định nào sau đây về số cực trị của hàm số $g(x)=f(x^2+1)+x^2-x^3+x^4$ là đúng? [Hình minh họa: Bảng xét dấu đạo hàm f phẩy]

- A. Có hai cực đại và chỉ có một cực tiểu.
- B. Có hai cực tiểu và chỉ có một cực đại.
- C. Có đúng một cực tiểu và không có cực đại.
- D. Có đúng một cực đại và không có cực tiểu.

Câu 12.

Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình. Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(\cos x-1)$ bằng: [Hình minh họa: Bảng biến thiên của hàm số f]

- A. (-2)
- B. (1)
- C. (3)
- D. (4)

Câu 13.

Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x^4+8mx^3+12(m^2-2m)x^2$ có ba cực trị là:

- A. (4)
- B. (10)
- C. (6)
- D. (-10)

Câu 14.

Cho hàm số $f(x)=4x^3-2x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int f(x)dx = x^4 - x^2 + C$
- B. $\int f(x)dx = 12x^2 - 2 + C$
- C. $\int f(x)dx = x^4 - 2x^2 + C$
- D. $\int f(x)dx = 3x^2 - 2x + C$

Câu 15.

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ là:

- A. $y = x + 1$
- B. $y = x - 1$
- C. $y = x - 3$
- D. $y = x + 3$

Câu 16.

Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số nghiệm thực của phương trình $f^2(x) - 3f(x) = -2$ là: [Hình minh họa: Đồ thị hàm số bậc ba f]

- A. 3
- B. 4
- C. 5
- D. 6

Câu 17.

Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái xe bắt đầu giảm tốc độ. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần với vận tốc $v(t) = 12 - \frac{4t^2}{3}$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc giảm tốc độ. Quãng đường ô tô di chuyển được kể từ lúc giảm tốc độ cho đến khi dừng là:

- A. 4 m
- B. 12 m
- C. 24 m
- D. 36 m

Câu 18.

Cho hàm số bậc bốn $f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ (nhập đáp án vào ô trống). [Hình minh họa: Đồ thị hàm số y bằng f' thấy của x]

Câu 19.

Cho hàm số bậc ba $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f[f(x)] = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1; 2]$? [Hình minh họa: Đồ thị hàm số bậc ba f]

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Câu 20.

Cho hàm số $f(x) = x^2 \ln x$. Giá trị của $\int_1^2 \left(f'(x) + \frac{x-4}{x} \right) dx$ là bao nhiêu (nhập đáp án vào ô trống)?

Câu 21.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho mặt cầu $((S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25)$. Điểm nào sau đây nằm bên trong mặt cầu $((S))$?

- A. $((-2; 1; 3))$
- B. $((1; -2; 2))$
- C. $((2; 1; -2))$
- D. $((1; 2; 4))$

Câu 22.

Để đo chiều cao tòa tháp người ta dùng dụng cụ đo góc có chiều cao 1,2 m đặt tại hai vị trí trên mặt đất cách nhau một khoảng $(AB = 30\text{ m})$. Tại vị trí (A) và (B) , góc đo thu được so với phương ngang lần lượt là $(\alpha = 65^\circ)$, $(\beta = 50^\circ)$ (hình minh họa). Chiều cao (h) của tòa tháp (từ điểm (M) tới mặt đất) là bao nhiêu? [Hình minh họa: Mô hình đo chiều cao tòa tháp]

- A. (78 m)
- B. (75 m)
- C. (80 m)
- D. (81 m)

Câu 23.

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $(y = \sqrt{2x})$ và $(y = \frac{x^2}{2})$ (nhập đáp án vào ô trống).

Câu 24.

Cho tứ diện $(ABCD)$ có cạnh (AB) vuông góc với mặt phẳng $((BCD))$ và tam giác (BCD) vuông tại (C) . Biết rằng $(AB = BC = 2a)$. Khoảng cách từ điểm (B) tới mặt phẳng $((ACD))$ bằng bao nhiêu? [Hình minh họa: Hình tứ diện ABCD]

- A. $(\sqrt{2}a)$
- B. $(\sqrt{3}a)$
- C. (a)
- D. $(\frac{3a}{2})$

Câu 25.

Một chiếc lều cắm trại được thiết kế có dạng hình chóp tứ giác đều với thể tích là (6 m^3) . Bốn mặt bên của lều được may bằng vải bạt (hình minh họa). Để diện tích vải bạt cần dùng là nhỏ nhất, thì độ dài cạnh đáy gần nhất với giá trị nào sau đây? [Hình minh họa: Lều dạng hình chóp tứ giác đều]

- A. (2 m)
- B. (2 m)
- C. (3 m)
- D. (3 m)

Câu 26.

Cho hình chóp $(S.ABCD)$ có đáy là hình chữ nhật tâm (O) , $(AB=a)$, $(BC=a\sqrt{3})$, chân đường cao hình chóp là điểm (H) thuộc cạnh (AD) sao cho $(DH=2AH)$, góc giữa (SD) và mặt phẳng đáy bằng (60°) . Khoảng cách giữa hai đường thẳng (SB) và (AC) bằng bao nhiêu? [Hình minh họa: Hình chóp $S.ABCD$]

- A. $\frac{3a}{4}$
- B. $\frac{a^2}{2}$
- C. $\frac{3a}{2}$
- D. $\frac{a^4}{4}$

Câu 27.

Cho $\int_{\pi/6}^{\pi/4} (2\tan x + \cot x)^2 dx = a + b\sqrt{3} + c\pi$ (*). Biết rằng tồn tại duy nhất bộ ba số hữu tỉ (a, b, c) thỏa mãn (*). Tổng $(a+b+c)$ có giá trị bằng bao nhiêu (nhập đáp án vào ô trống)?

Câu 28.

Cho hình chóp $(S.ABCD)$ có đáy $(ABCD)$ là hình bình hành tâm (O) . Gọi (P) là trung điểm của (OD) , điểm (I) thuộc cạnh (SD) sao cho đường thẳng (PI) song song mặt phẳng (SBC) . Tính tỉ số $\frac{SI}{ID}$.

- A. $\frac{5}{2}$
- B. $\frac{7}{2}$
- C. (3)
- D. (4)

Câu 29.

Trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) , đường tròn $((C))$ đi qua hai điểm $(A(1;2), B(4;1))$ và có tâm thuộc đường thẳng $(d: 2x - y - 5 = 0)$. Tính bán kính đường tròn $((C))$ (nhập đáp án vào ô trống).

Câu 30.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $(A(0;-1;-1), B(-1;2;4))$. Điểm (M) thuộc tia (Ox) và (MA) vuông góc với (MB) . Tìm hoành độ điểm (M) (nhập đáp án vào ô trống).

Câu 31.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $(A(2;5;3))$ và đường thẳng $(d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2})$. (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng (d) sao cho khoảng cách từ (A) đến (P) lớn nhất. Phương trình mặt phẳng (P) có dạng $(ax+by+cz+3=0)$ với (a, b, c) là các số thực. Tổng $(a+b+c)$ là:

- A. (-2)
- B. (-4)
- C. (2)
- D. (4)

Câu 32.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho đường thẳng $\begin{cases} x=2-t \\ y=1+2t \\ z=3t \end{cases}$ và các điểm $A(-1;2;3)$, $B(0;1;2)$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng (d) và song song (AB) có phương trình là:

- A. $(x+2y-z=0)$
- B. $(x-y+z-1=0)$
- C. $(x+y-z-3=0)$
- D. $(x+2y-z-4=0)$

Câu 33.

Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,... Một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi elip quay quanh một trục (hình minh họa). Thông số kĩ thuật mặt trên của bồn rửa: dài $\times$ rộng là (660×380) mm, giả thiết bồn rửa có độ dày đồng đều $(\Delta = 20)$ mm. Thể tích chứa nước của bồn rửa gần nhất với giá trị nào sau đây? [Hình minh họa: Thông số kĩ thuật bồn rửa hình elip]

- A. $(18\{\text{dm}\}^3)$
- B. $(18\{\text{dm}\}^3)$
- C. $(18\{\text{dm}\}^3)$
- D. $(18\{\text{dm}\}^3)$

Câu 34.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $A(1;2;3)$ và hai đường thẳng $(d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1})$, $(d_2: \frac{x-2}{3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1})$. Đường thẳng (Δ) đi qua (A) , vuông góc với (d_1) và cắt (d_2) . Biết (Δ) có một vectơ chỉ phương $(\vec{u} = (a;b;-1))$. Tổng $(a^3 + b^3)$ bằng:

- A. (-8)
- B. (-7)
- C. (7)
- D. (8)

Câu 35.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho tam giác (ABC) có $A(2;-2;1)$, có trọng tâm (G) , (M) là trung điểm của cạnh (BC) . Biết điểm (G) thuộc đường thẳng $(d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z+1}{2})$ và điểm (M) thuộc mặt phẳng $(P: x+2y-3z-1=0)$. Đường thẳng (AM) có một vectơ chỉ phương là:

- A. $(\vec{u} = (1;2;1))$
- B. $(\vec{u} = (2;1;1))$
- C. $(\vec{u} = (1;-2;1))$
- D. $(\vec{u} = (1;2;2))$

Câu 36.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $I(3;0;1)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z+4=0$. Mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi 6π . Phương trình mặt cầu (S) là:

- A. $((x-3)^2+y^2+(z-1)^2=15)$
- B. $((x-3)^2+y^2+(z-1)^2=9)$
- C. $((x+3)^2+y^2+(z+1)^2=15)$
- D. $((x+3)^2+y^2+(z+1)^2=9)$

Câu 37.

Trong không gian $(Oxyz)$, cho các điểm $A(1;1;2)$ và $B(4;5;1)$. Các điểm (M,N) di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài (MN) bằng 1. Tổng $(AM+BN)$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu (nhập đáp án vào ô trống)?

Câu 38.

Cho biểu đồ kết quả kiểm tra môn Toán của một lớp học. Số trung bình của mẫu số liệu ở biểu đồ là (nhập đáp án vào ô trống). [Hình minh họa: Biểu đồ kết quả kiểm tra môn Toán]

Câu 39.

Cô giáo có 12 phần quà gồm 4 phần loại I và 8 phần loại II được đựng trong 12 hộp kín giống nhau. Cô chia đều cho 3 bạn, mỗi bạn 4 phần quà. Xác suất để mỗi bạn đều nhận được cả hai loại quà là:

- A. $(\frac{19}{3150})$
- B. $(\frac{19}{1050})$
- C. $(\frac{32}{165})$
- D. $(\frac{32}{55})$

Câu 40.

Thống kê chiều cao các cây bạch đàn trong vườn ươm của một lâm trường theo bảng số liệu sau. Trung vị của mẫu số liệu là: [Hình minh họa: Bảng số liệu chiều cao cây bạch đàn]

- A. (100)
- B. (102)
- C. (105)
- D. (110)

Câu 41.

Hai xạ thủ (X,Y) độc lập với nhau bắn vào mục tiêu. Biết rằng xác suất bắn trúng mục tiêu của (X,Y) tương ứng là 0,7; 0,8. Xác suất để có duy nhất một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là:

- A. $(0,24)$
- B. $(0,38)$
- C. $(0,50)$
- D. $(0,56)$

Câu 42.

Trong một khu dân cư, tỉ lệ gia đình nuôi chó là 0,2; tỉ lệ gia đình nuôi mèo là 0,25; tỉ lệ gia đình nuôi cả chó và mèo là 0,05. Chọn ngẫu nhiên một gia đình trong khu dân cư đó, xác suất để gia đình được chọn không nuôi con vật nào trong hai con vật chó và mèo gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. $\{0,50\}$
- B. $\{0,45\}$
- C. $\{0,55\}$
- D. $\{0,60\}$

Câu 43.

Để đánh giá mức độ ổn định của một loại pin điện, người ta thống kê thời gian sử dụng liên tục của pin khi được sạc đầy điện theo bảng mẫu số liệu sau. Hãy cho biết độ lệch chuẩn của mẫu số liệu gần nhất với giá trị nào sau đây? [Hình minh họa: Bảng thời gian sử dụng liên tục của pin]

- A. $\{0,518\}$
- B. $\{0,529\}$
- C. $\{0,720\}$
- D. $\{1,120\}$

Câu 44.

Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A)=0,45$, $P(B)=0,75$ và $P(A \cap \overline{B})=0,3$. Khi đó $P(A \mid B)$ bằng:

- A. $\frac{15}{12}$
- B. $\frac{14}{12}$
- C. $\frac{13}{12}$
- D. $\frac{12}{12}$

Câu 45.

Trong một báo cáo, xét nghiệm Mammography người mắc bệnh ung thư vú cho kết quả dương tính với xác suất là 90%, người không mắc bệnh ung thư vú cho kết quả âm tính với xác suất 97%. Nghiên cứu dịch tễ học chỉ ra tỉ lệ mắc ung thư vú của phụ nữ trong độ tuổi 55 là 1%. Một phụ nữ 55 tuổi, không có tiền sử ung thư vú thực hiện xét nghiệm Mammography hai lần độc lập nhau đều nhận được kết quả là dương tính. Xác suất người phụ nữ đó mắc bệnh ung thư vú gần nhất với giá trị nào sau đây?

- A. $\{90\%\}$
- B. $\{91\%\}$
- C. $\{98\%\}$
- D. $\{99\%\}$

Câu 46.

Trong một trò chơi điện tử có 30 con cá. Các con cá có thể ăn được nhau, cá được coi là no nếu nó ăn đủ 3 con cá khác (3 con này có thể no hoặc chưa no). Khi có một con cá no thì người chơi được cộng một điểm. Khi đã no thì cá không ăn thêm nữa. Hỏi người chơi có thể được cộng tối đa bao nhiêu điểm?

- A. 7
- B. 8
- C. 9
- D. 10

Câu 47.

Lúc 6 giờ 00 sáng kim phút và kim giờ của đồng hồ tạo thành hai tia đối nhau. Biết rằng sau ít nhất x phút thì kim phút và kim giờ lại tạo thành hai tia đối nhau. Hỏi x gần nhất với giá trị nào sau đây? [Hình minh họa: Mặt đồng hồ lúc 6 giờ]

- A. 65{,}3
- B. 65{,}5
- C. 65{,}7
- D. 65{,}9

Câu 48.

Dựa vào thông tin sau để trả lời: Vào ngày 31 tháng 12 hàng năm người ta thực hiện thống kê số lượng chuột túi xám trên một hòn đảo. Năm 2018 thống kê được 400 con, năm 2022 có 600 con. Giả sử số lượng được xác định xấp xỉ theo hàm số mũ $(P=P_0e^{kt})$, trong đó (P_0) là số chuột túi xám tại năm 2018 $(t=0)$, (t) tính theo năm. Số chuột túi xám trên đảo năm 2025 là:

- A. 735
- B. 800
- C. 813
- D. 900

Câu 49.

Với mô hình số lượng chuột túi xám ở câu 48, vào năm nào số chuột túi xám ở trên đảo tăng gấp đôi so với năm 2022?

- A. 2028
- B. 2029
- C. 2034
- D. 2033

Câu 50.

Trên đảo, ngoài loài chuột túi xám còn có loài chuột túi đỏ sinh sống; ở thời điểm 31 tháng 12 năm 2018 số lượng chuột túi đỏ là 1200 con. Biết số lượng chuột túi đỏ giảm 5% mỗi năm. Vào năm nào thì số chuột túi xám sẽ gấp đôi số chuột túi đỏ?

- A.** \((2028\backslash)\)
- B.** \((2030\backslash)\)
- C.** \((2031\backslash)\)
- D.** \((2032\backslash)\)