



Đề tổng hợp Toán cao cấp

· 60 phút · 40 câu · 10 điểm

Đề tổng hợp Toán cao cấp

Câu 1.

Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{x - 1}$.

- A. 2
B. 1
C. 0
D. Giới hạn không tồn tại

Câu 2.

Cho $f(x) = \ln(x^2 + 1)$. Giá trị $f'(1)$ bằng

- A. 2
B. 1
C. $\frac{1}{2}$
D. 0

Câu 3.

Một nguyên hàm của $(3x^2 - 2)$ là

- A. $x^3 - 2 + C$
B. $6x - 2 + C$
C. $x^3 - 2x + C$
D. $x^3 + 2x + C$

Câu 4.

Tổng của chuỗi $\sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{3}\right)^n$ bằng

- A. $\frac{1}{2}$
B. 1
C. 2
D. $\frac{3}{2}$

Câu 5.

Cho $f(x,y)=x^2y+e^y$. Giá trị $f_x(1,2)$ bằng

- A. 4
- B. $2+e^2$
- C. 2
- D. $4+e^2$

Câu 6.

Tính $\int_0^1 \int_0^2 (x+y) dy dx$.

- A. 2
- B. 3
- C. 4
- D. 5

Câu 7.

Nghiệm của bài toán $y'=2y, y(0)=3$ là

- A. $y=2e^{3x}$
- B. $y=3e^x$
- C. $y=3e^{2x}$
- D. $y=3+2x$

Câu 8.

Cho $f(x)=\frac{x^2-4}{x-2}$ khi $x \neq 2$ và $f(2)=m$. Giá trị nào của m làm f liên tục tại $x=2$?

- A. -4
- B. 0
- C. 2
- D. 4

Câu 9.

Dùng vi phân tại $x=4$, giá trị gần đúng bậc nhất của $\sqrt[4]{404}$ là

- A. $2{,}01$
- B. $2{,}001$
- C. $2{,}02$
- D. $2{,}1$

Câu 10.

Tính $\int_0^1 2x \, dx$.

- A. 2
- B. 1
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 0

Câu 11.

Trong các chuỗi sau, chuỗi nào hội tụ?

- A. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$
- B. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}}$
- C. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$
- D. $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n$

Câu 12.

Cho $f(x,y) = x^2 + y^2$. Gradient $\nabla f(1,-2)$ bằng

- A. $(1,-2)$
- B. $(2,4)$
- C. $(-2,4)$
- D. $(2,-4)$

Câu 13.

Giá trị $\iint_D 1 \, dA$, với $D = \{(x,y) : x^2 + y^2 \leq 1\}$, bằng

- A. π
- B. 2π
- C. $\frac{\pi}{2}$
- D. 1

Câu 14.

Nghiệm của bài toán $y' = x, y(0) = 1$ là

- A. $y = 1 + x^2$
- B. $y = 1 + \frac{x^2}{2}$
- C. $y = x + 1$
- D. $y = \frac{x^2}{2}$

Câu 15.

Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\sin(3x)}$.

- A. $\frac{3}{2}$
- B. 1
- C. $\frac{2}{3}$
- D. $\frac{5}{3}$

Câu 16.

Đường cong $x^2 + xy + y^2 = 7$ xác định hàm $y = y(x)$ quanh điểm $(1, 2)$. Giá trị $y'(1)$ bằng

- A. $\frac{4}{5}$
- B. $-\frac{4}{5}$
- C. $\frac{5}{4}$
- D. $-\frac{5}{4}$

Câu 17.

Tính $\int_0^1 x e^{x^2} dx$.

- A. $\frac{e-1}{2}$
- B. $(e-1)$
- C. $\frac{e}{2}$
- D. $\frac{1}{2e}$

Câu 18.

Bán kính hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n} x^n$ là

- A. $\frac{1}{2}$
- B. (2)
- C. (1)
- D. $(+\infty)$

Câu 19.

Cho $f(x, y) = x^2 + xy$. Đạo hàm của f tại $(1, 2)$ theo hướng của vectơ $(3, 4)$ bằng

- A. (4)
- B. (16)
- C. $\frac{16}{5}$
- D. $\frac{4}{5}$

Câu 20.

Cho $D = \{(x, y) : x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 1\}$. Tính $\iint_D (x+y) \, dA$.

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{6}$

C. $\frac{2}{3}$

D. $\frac{1}{3}$

Câu 21.

Nghiệm của bài toán $(y' + y = e^x, y(0) = 0)$ là

A. $y = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$

B. $y = e^x - e^{-x}$

C. $y = xe^{-x}$

D. $y = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$

Câu 22.

Tính $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3n}\right)^n$.

A. $3e$

B. e^3

C. e

D. 3

Câu 23.

Cho $f(x) = e^{2x} \sin x$. Giá trị $f'(0)$ bằng

A. 1

B. 2

C. 4

D. 5

Câu 24.

Với $p \in \mathbb{R}$, tích phân suy rộng $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^p}$ hội tụ khi và chỉ khi

A. $p \geq 1$

B. p

C. $p \neq 1$

D. $p > 1$

Câu 25.

Miền hội tụ của chuỗi lũy thừa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$ là

- A. $[-1, 1)$
- B. $((-1, 1))$
- C. $[-1, 1]$
- D. $((-1, 1])$

Câu 26.

Điểm dừng $((0, 0))$ của hàm $f(x, y) = x^2 + 2xy + 3y^2$ là

- A. điểm yên ngựa
- B. điểm cực tiểu địa phương nghiêm ngặt
- C. điểm cực đại địa phương nghiêm ngặt
- D. không phải điểm dừng

Câu 27.

Cho $D = \{(x, y) : x^2 + y^2 \leq 4\}$. Tính $\iint_D (x^2 + y^2) \, dA$.

- A. 4π
- B. 16π
- C. 8π
- D. 2π

Câu 28.

Nghiệm của bài toán logistic $(y' = y(1-y), y(0) = \frac{1}{2})$ là

- A. $y = \frac{1}{1+e^x}$
- B. $y = \frac{1}{2+e^{-x}}$
- C. $y = \frac{1}{2}e^x$
- D. $y = \frac{1}{1+e^{-x}}$

Câu 29.

Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x + \frac{x^2}{2}}{x^3}$.

- A. $\frac{1}{3}$
- B. $-\frac{1}{3}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. 0

Câu 30.

Gọi $P_2(x)$ là đa thức Taylor bậc hai của $f(x) = \ln x$ tại $(x=1)$. Giá trị $P_2(1,2)$ bằng

- A. $\frac{11}{50}$
- B. $\frac{9}{50}$
- C. $\frac{15}{50}$
- D. $\ln(1,2)$

Câu 31.

Tính $\int_0^1 \ln(1+x) dx$.

- A. $\ln 2$
- B. $2 \ln 2$
- C. $2 \ln 2 - 1$
- D. $(1-2) \ln 2$

Câu 32.

Tính tổng $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{2^n}$.

- A. 1
- B. 3
- C. 4
- D. 2

Câu 33.

Giá trị lớn nhất của $f(x,y) = x+2y$ trên elip $x^2+4y^2=4$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$
- B. 4
- C. 2
- D. $\sqrt{2}$

Câu 34.

Diện tích miền $D = \{(x,y): |x+y| \leq 1, |x-y| \leq 1\}$ bằng

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. $\sqrt{2}$

Câu 35.

Nghiệm của bài toán $(y'' - 3y' + 2y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1)$ là

- A. $(y = e^x - e^{2x})$
- B. $(y = e^{2x} + e^x)$
- C. $(y = e^{2x} - e^x)$
- D. $(y = xe^x)$

Câu 36.

Tính $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - e^{-x^2/2}}{x^4}$.

- A. $\frac{1}{12}$
- B. $-\frac{1}{18}$
- C. 0
- D. $-\frac{1}{12}$

Câu 37.

Cho $(f(x) = x + x^3)$ và $(g = f^{-1})$. Biết $(f(1) = 2)$, giá trị $(g''(2))$ bằng

- A. $-\frac{3}{32}$
- B. $\frac{3}{32}$
- C. $-\frac{3}{16}$
- D. $\frac{3}{16}$

Câu 38.

Tính $\int_0^1 \frac{dx}{(1+x^2)^2}$.

- A. $\frac{\pi}{4}$
- B. $\frac{1}{4} + \frac{\pi}{8}$
- C. $\frac{1}{2}$
- D. $\frac{\pi}{8}$

Câu 39.

Tính tổng $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}$.

- A. (2)
- B. (4)
- C. (6)
- D. (8)

Câu 40.

Giá trị lớn nhất của $f(x,y)=xy^2$ trên đường tròn $x^2+y^2=3$ bằng

- A. 1
- B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$
- C. 3
- D. 2